Comment. Math.
Univ. St. Pauli
XXIV—2, 1975

Quelques remarques sur les ≪Eléments d'Histoire des Mathématiques≫ de M. Bourbaki[1)]

Tamotsu MURATA

(Received December 26, 1975)

C'est à l'automne de l'année 1966 qu'un groupe de mathématiciens japonais, dont j'étais membre, a formé le projet de traduire intégralement en japonais les *Eléments de mathématique* de M. Nicolas Bourbaki. Ce projet a été réalisé il y a quelques années pour tous les livres de ces *Eléments,* publiés jusque-là; il sera continué pour les autres livres qui seront publiés à l'avenir.

Les *Eléments d'histoire des mathématiques* (1ère éd., 1960; 2ème, 1969; 3ème, 1974) ont été aussi traduits en 1970 selon leur 2ème édition par M. Tatsuo SHIMIZU at moi-même. Comme leur 3ème édition, corrigée et augumentée, a déjà été publiée, leur édition japonaise sera revisée prochainement.

Les chapitres que j'ai traduits sont les six suivants: "*Fondements des mathématiques; Logique; Théorie des ensembles*", "*Numération; Analyse combinatoire*", "*Nombres réels*", "*Calcul infinitésimal*", "*Développments asymptotiques*", "*La fonction gamme*". A la fin du volume j'ai ajouté la *Note du traducteur,* dont voici la table des matières:

§ 1. 'Monsieur' Bourbaki et ses *Eléments de mathématique,*
§ 2. L'histoire des mathématiques, en tant qu'objet de recherches scientifiques,
§ 3. Quelques remarques sur le chapitre, *Fondements des mathématiques; Logique; Théorie des ensembles,*
§ 4. Quelques remarques sur le chapitre, *Calcul infinitésimal,*
§ 5. Quelques autres remarques.

Cette *Note,* quoi qu'elle ait été écrite en vue de lecteurs japonais, vaudrait la peine, j'espère, d'être présentée à un monde savant plus étendu, parce que j'y ai aussi avancé en divers endroits mon opinion sur l'histoire des mathématiques, le travail de M. Bourbaki étant à la base de ma réflexion. C'est pour cette raison que je voudrais montrer ici les grandes lignes de la *Note du traducteur.*

Sur le § 1 il n'y a pas grande chose à dire. Le but de ce paragraphe est de montrer la raison pour laquelle nous avons pris la peine

---

1) La forme première de cet article est un exposé que j'ai fait sous le même titre à l'*Institut d'Henri Poincaré,* au *Séminaire d'Histoire des Sciences,* au 27 décembre 1972.

de traduire les *Eléments de mathématique*, ainsi que les *Eléments d'histoire des mathématiques*, de M. Bourbaki. Pour cela, après avoir rappelé comment s'est constitué le groupe bourbakiste, j'ai expliqué sommairement sa conception de *la* mathématique, notamment l'idée de structure, ainsi que son influence sur les mathématiques de nos jours; j'ai fait, ensuite, mention de la hauteur du niveau scientifique de l'histoire de M. Bourbaki, en en faisant remarquer des points originaux que je vais mentionner dans la suite.

Le §2 est écrit à dessein de souligner l'aspect scientifique de l'histoire des mathématiques, en prenant ce travail de M. Bourbaki comme exemple typique. Malheureusement, il y a dans le Japon d'aujourd'hui, la nécessité de souligner cet aspect. En effet, on confond souvent à tort les recherches sur l'histoire des mathématiques avec les recherches simplement chronologiques ou biographiques, ou bien, pire encore, avec celles de la simple curiosité. Dans ce paragraphe, et mettant momentanément les *Eléments d'histoire* de M. Bourbaki à part, j'ai soulevé pour les lecteurs japonais quelques problèmes fondamentaux concernant l'histoire des mathématiques et son historiographie. En vérité, il y a là des problèmes trop difficiles à attaquer non seulement pour les jeunes étudiants mais aussi pour moi-même. Mais c'est dans l'intention d'exciter l'intérêt des étudiants et de les éveiller à l'importance des vraies recherches, scientifiques ou philosophiques, sur l'histoire, que j'ai osé les soulever. Le dernier problème que j'y ai proposé est d'apprendre l'histoire de M. Bourbaki dans son esprit même, d'en critiquer, pour ou contre, certaines acquisitions, et finalement de les dépasser, quoique je sois conscient de la difficulté de ce travail. Quant aux autres problèmes, je les mentionnerai plus loin.

Puis, dans les §§ 3 et 4, j'ai étudié les deux chapitres originaux cités dans l'énumération des paragraphes. Le résultat de ces études est le sujet principal de l'article présent.

A la fin de cette *Note*, dans le § 5, en guise de conclusion j'ai soulevé à nouveau deux problèmes. Le premier est l'examen, de mon points de vue, des fondements mêmes de *la* mathématique chez M. Bourbaki. Il va sans dire que cela revient à poursuivre le fond de la vérité mathématique, problème éternel, de caractère philosophique; et, en réalité, je n'en ai dit qu'un mot ou deux. Ici aussi je me contenterai de donner une esquisse de mon opinion, en laissant l'examen détaillé à plus tard.[1] Le second problème que j'y ai soulevé est celui de la comparaison entre les mathématiques occidentales et les mathématiques classiques japonaises, en mettant l'accent sur leurs esprits différents. Bien sûr,

[1] Dans le livre en japonais, *Sûgaku Shi* (*Histoire des mathématiques*,) que j'ai écrit en collaboration avec les Profs. Kôkiti HARA et Shuntarô ITÔ, j'ai publié mon opinion à cet égard sous une forme un peu plus détaillée.

ce sera un sujet intéressant surtout pour les étudiants japonais, mais, d'un certain point de vue, ce le sera aussi pour les chercheurs étrangers. Cependant, comme j'ai déjà publié mon opinion à ce sujet, quoi que sommairement, je ne l'exposerai pas dans le présent travail[1].

§ 1. Quelques remarques sur le chapitre, *Fondements des mathématiques*; ···, (1) — concernant l'origine des mathématiques théoriques chez les grecs

Le chapitre cité consiste en huit paragraphes: "*La formalisation de la logique*", "*La notion de vérité en mathématique*", "*Objets, modèles, structures*", "*La théorie des ensembles*", "*Les paradoxes de la théorie des ensembles et la crise des fondements*", "*La métamathématique*". Au lieu d'étudier les paragraphes de ce chapitre les uns après les autres[2], je vais essayer d'exprimer la conception générale et originale, l'idée directrice, qui font la base de la pensée historiographique de M. Bourbaki. Pour cela j'ai choisi deux thèmes: l'origine des mathématiques théoriques chez les grecs anciens, et l'idée mathématique chez les empiristes français au début de ce siècle.

En ce qui concerne l'histoire des mathématiques grecques, je n'en suis pas vraiment spécialiste. Malgré cela, je dois parler à cet égard des récents travaux du Prof. Árpád Szabó. Quand j'ai lu pour la première fois son article, *Anfänge des euklidischen Axiomensystems*[3], il y a une quinzaine d'années, et quoi que je n'aie su à cette époque rien de l'auteur, j'ai été impressionné si profondément que j'étais disposé à comparer cet article avec la partie correspondante des *Eléments d'histoire* de M. Bourbaki. J'ai senti une grand distance entre les

[1] A ce propos, citons mon article, *Pour une interprétation de la distinée du Wasan: aventures et mésaventures de ces mathématiques*, lu à l'occasion du XIV^{e} *Congrès International d'Histoire des Sciences*, 1974, Tokyo; cf. ses *Proceedings* No. 2, pp. 184-189, 1975.

[2] Dans le texte japonais de la *Note du traducteur*, j'ai donné, pour les lecteurs, un sommaire de ce chapitre original exprimé comme suit: "Dans le § 1 est exposé l'évolution de la formalisation de la logique, à partir de la logique formelle d'Aristote, par l'intermédiaire d'*Ars combinatoria* de Leibniz, jusqu'à la logique formelle contemporaine; dans le § 2, l'évolution de la *formalisation* de la vérité mathématique—formalisation exécutée conformément aux expériences mathématiques—, à partir de l'axiomatique grecque, par la géométrie non-euclidienne, jusqu'à *Grundlagen der Geometrie* de Hilbert; dans le § 3 est exposé, concernant les trois sujets cités dans le titre, le processus, qui aboutit à reconnaître l'unité de *la* mathématique dans le concept de structure; et après, naturellement, les §§ 4-6. Il faut faire remarquer, d'ailleurs, que l'accent est mis, au § 6 sur des problèmes structurels plus que sur le problème de la compatibilité. En somme, c'est une vision de l'histoire très bien construite, selon une idée directrice puissante et claire, et basée sur une documentation solide; mais il faudra tenir compte de la force de cette idée originale pour bien saisir l'esprit de tout ce travail."

[3] *Archives for history of exact sciences*, vol. 1, 1960, pp. 37-106.

conceptions fondamentales de M. Bourbaki et de M. Szabó. Je pouvais apprécier l'excellence de chacun d'eux respectivemet; leurs travaux étaient des plus notables parmi tous ceux que j'avais lus sur le même sujet; ils étaient aussi suggestifs qu'authentiques; même aujourd'hui, malgré les opinions critiques que je vais proposer, je ne m'oppose absolument pas à ces propos. Pourtant, en réalité, il y avait une différence radicale entre les deux. Qu'est-ce que cette différence? D'où vient-elle? Ce sont les questions auxquelles je voudrais m'attacher dans ce paragraphe.

Avant d'aller plus loin, il vaudrait mieux montrer d'abord ce qu'est ma conclusion. Depuis le moment où je l'ai "découvert", j'ai lu les travaux de M. Szabó les uns après les autres. Au fur et à mesure que je découvrais ses opinions, je tendais peu à peu à les partager, et finalement j'en suis arrivé à la conclusion que, d'une part, il serait probablement nécessaire de réexaminer la conception générale de l'histoire des mathématiques grecques chez M. Bourbaki, et que, d'autre part, on devrait malgré tout examiner l'influence potentielle de l'idée bourbakiste sur l'idée de M. Szabó. Cette conclusion personnelle consiste simplement en deux thèmes indépendants. Pour mieux faire comprendre l'évolution de mon opinion je vais d'abord esquisser le raisonnement de M. Szabó, pour ce qui concerne le sujet qui nous intéresse.

C'est vers 1950, alors qu'il était jeune professeur de philologie, que M. Szabó a commencé ses recherches par l'étude minutieuse de la philosophie de l'Ecole d'Elée. Il y a une vingtaine d'années, qu'il est entré désormais dans le champ de l'histoire des mathématiques grecques. Son article cité plus haut est un des fruits qu'offre la belle combinaison des connaissances de divers champs de recherches. En effet, s'appuyant sur la connaissance solide de la philosophie éléatique, et adoptant une méthode d'analyse terminologique, M. Szabó fait remarquer qu'à l'origine, les termes qui expriment '*principes*' dans les *Eléments* d'Euclide — *définition* (ὅροσ), *postulat* (αἴτημα) et *axiome* (ἀξίωμα) — ne signifiaient pas une vérité absolue, mais étaient des hypothèses provisoires ou des propositions apologiques, qui serviraient à confirmer le point de départ des discussions entre les savants. Il faut tenir compte à ce propos de ce que la philosophie éléatique ne reconnaissait ni la pluralité, ni le mouvement, comme existant réellement. Si quelqu'un avait voulu développer dans cette situation une théorie géométrique contre la critique éléatique, c'est-à-dire s'opposant à l'exclusion de la pluralité ou du mouvement, il aurait sans doute fallu, dit M. Szabó, poser préalablement un certain nombre de conditions hypothétiques comme point de départ de la controverse. Il soutient sa théorie, en premier lieu, de manière philologique, en expliquant que les termes originaux correspondants à '*définition*', à '*postulat*' et à '*axiome*' avaient à peu près un seul et même sens apologique: "*Permettez-moi de vous demander d'admettre*…". Il cite, ensuite, une tradition de Proclus, selon laquelle Oenopide, contemporain de Zénon, avait construit une géométrie quasi-axiomatique. Ce fait aussi peut être une autre preuve indirecte de son raisonnement, parce qu'il suggère l'existence d'un adversaire, ou bien d'un collaborateur, de Zénon, et parsuite, la nécessité de poser, dans le but d'établir une géométrie théorique, des proposition hypothétiques ou apologiques.

Voilà, en résumé, le raisonnement de M. Szabó, tel que je le comprend.

Revenons-en à l'évolution de mon opinion. En voyant ce résumé, on apercevra immédiatement que toutes les choses qui y sont citées ne sont que des preuves indirectes de l'interprétation de M. Szabó qui ne fournissent en fait aucune preuve définitive, aucun document existant, pour fonder son raisonnement. Pourtant, dans une histoire comme celle des mathématiques grecques, où restent seulement très peu de documents originaux, peut-on attendre de découvrir un document désiré, un document définitif pour admettre ou rejeter le raisonnement en question? N'est-on pas obligé de tout temps d'exécuter pour ainsi dire une tapisserie d'histoire, en complétant le manque de documents originaux par l'imagination créatrice, appuyée sur la conception générale de l'auteur, de manière à ce que l'ensemble soit aussi plausible que possible? Dans notre cas, la question revient à savoir laquelle des conceptions de M. Bourbaki ou de M. Szabó est plus plausible que l'autre, et où on peut découvrir la source de cette plausibilité. Ce qui est l'occasion de comparer ces deux conceptions générales.

Je voudrais, d'abord, faire remarquer le fait que ce n'est pas afin d'opposer le raisonnement bourbakiste de l'histoire des mathématiques grecques, que M. Szabó faisait ses recherches. Les opposants que M. Szabó avait en tête sont sans doute certains savants éminants du 19ᵉ siècle — H. G. Zeuthen, par exemple. Cependant, comme M. Bourbaki était probablement influencé par les travaux des historiens parmi lesquels se trouvent ceux que M. Szabó critique, la comparaison mérite d'être essayée.

Les thèmes de comparaison que j'ai choisis sont les suivants:

(1) la relation entre les mathématiques et la logique,

(2) le caractère de l'axiomatique grecque, et

(3) le caractère fondamental des êtres mathématiques.

Concernant ces points, la conception bourbakiste peut être résumée comme suit:

(B-1) Ce sont toujours les mathématiques qui guidaient la formalisation de la logique déductive chez les grecs anciens.

(B-2) L'axiomatique grecque était empirique dans son origine—empirique au sens où elle a toujours été étroitement liée à la constructibilité géométrique.

(B-3) L'essence des êtres mathématiques dans les mathématiques grecques se trouve donc dans la constructibilité; ce qui certifie un être mathématique comme tel est la possibilité de construire la figure correspondante à cet être.

Au contraire, dans les travaux de M. Szabó la situation est totalement différente; les trois points cités sont remplacés par les suivants:

(S-1) L'origine des mathématiques théoriques se trouve dans la dialéctique de l'Ecole d'Elée; ou plus précisément, c'est quand cette école a inventé le raisonnement par l'absurde que les mathématiques théoriques ont été vraiment inaugurées. (Et contrairement à ce que soutient M. Bourbaki, on devra donc dire que c'est la logique qui guidait les mathématiques théoriques.)

(S-2) L'axiomatique grecque elle-même a aussi été inaugurée dans la philosophie éléatique, qui était contre-empirique et purement logique dans son essence.

(S-3) L'essence de l'ontologie des mathématiques grecques est contre-empirique et purement théorique. (On peut le voir par l'existence de l'infinité de nombres premiers, dont la démonstration est faite non par une construction géométrique quelconque, mais par le raisonnement par l'absurde.)

Cependant, en dépit de l'intérêt de la comparaison faite, je ne crois pas que, terme par terme, elle ait toujours beaucoup d'importance. En effet, il est possible que certains points essentiels y soient perdus de vue, et qu'on s'attache obstinément aux points détaillés. Par exemple, si on voulait poursuivre la comparaison entre (B-1) et (S-1) de manière exhaustive, on devrait entrer dans l'examen historique de la transformation des concepts fondamentaux, tels que non seulement *définition*, *postulat* ou *axiome*, mais aussi *mathématiques*, *logique*, etc. Ce pourra être le sujet d'autres travaux considérable, mais non pas le point qui nous intéresse essentiellement maintenant. Néanmoins, cela ne signifie pas que la différence entre ces deux conceptions fondamentales de l'histoire soit négligeable. Si, en définitive, j'ai jugé le raisonnement de M. Szabó plus plausible, c'est que, en ce qui concerne l'histoire des mathématiques grecques, la conception générale de M. Szabó m'apparaissait plus globale et plus cohérente que l'autre. En effet, son explication de la préhistoire des *Eléments* d'Euclide, notamment celle de l'origine du caractère hypothétique de l'axiomatique grecque, est bien fondée sur ses recherches originales de la philosophie éléatique et des mathématiques; la cohérence en est aussi bien établie.

C'est après toutes ces réflexions que j'en suis arrivé à la conclusion qu'il serait nécessaire de réexaminer la conception fondamentale de la partie correspondante des *Eléments d'histoire* de M. Bourbaki, ainsi que d'examiner l'influence potentielle de l'idée bourbakiste sur l'idée de M. Szabó.

Je vais d'abord traiter le deuxième point. On doit tenir compte du fait que le caractère hypothétique du concept d'axiome n'a été peut-être reconnu, ou au moins souligné bien consciemment, qu'à partir du début de ce siècle. S'il en est ainsi réellement, il est tout naturel que les savants du 19^e siècle, n'étant pas conscient de ce caractère, n'en aient jamais aperçus des traces dans l'évolution de l'axiomatique grecque. Par contre, si M. Szabó réussit à les découvrir, c'est peut-être que, en plus d'être perspicace, il a pu être plus ou moins influencé, consciemment ou inconsciemment, par ces acquisitions modernes, déjà répandues dans le monde savant comme sens commun. Ou bien, est-il vraiment naturel de trouver l'origine de la déduction axiomatique dans une manière hypothétique de raisonner? et est-ce que l'étrange est que les savants du siècle dernier ne l'aient pas remarqué? Je ne puis répondre à ces questions ni par oui, ni par non. Mais je soupçonne que la reconnaissancé de l'axiome comme expression de la vérité absolue n'est pas elle-même une vérité absolue, mais seulement une opinion établie sous l'influence de l'esprit d'une époque. Je suppose qu'elle a été formée à travers la tradition de l'autorité réligeuse du christianisme. Le caractère hypothétique de la déduction axiomatique peut alors ne pas être nécessairement une acquisition moderne, mais aussi bien une acquisition ancienne, oubliée pendant des siècles.

En réfléchissant sur ces choses sans aucun préjugé, ne pourra-t-on pas penser qu'il n'est pas tellement singulier de chercher l'origine de la déduction axiomatique, comme M. Szabó l'a fait, dans le progression de la manière de raisonner hypothétiquement? Si oui, la plausibilité des travaux de M. Szabó en sera de beaucoup augumentée. Il est regrettable que je ne puisse rien dire avec assurance. Ce que je veux souligner ici, c'est seulement qu'il y a là une question fondamentale pour la philosophie de l'historiographie des sciences: comment juger le rôle de l'idée directrice dans la formation d'une vision de l'histoire; en d'autres mots, comment équilibrer l'aspect objectif — documentation, par exemple — et l'aspect subjectif — observation perspicace — de l'historiographie. C'est un nouveau point de départ pour notre recherche.

Il me semble que c'est la conception fondamentale de *la* mathématique de M. Bourbaki, qui joue chez lui le rôle que l'atmosphère actuelle du monde mathématique joue peut-être chez M. Szabó. Cela veut dire qu'il est possible que M. Bourbaki ait tendance à fixer ses regards sur tels aspects de l'histoire qui sont intrinséquement en harmonie avec la conception bourbakiste de *la* mathématique, et qui sont, par suite, faciles à être observés de son point de vue. C'est pour cette raison, me semble-t-il, que les aspects formels des choses historiques y sont exposés si clairement, et que, par contraste, les aspects plus chaotiques y sont laissés dans l'ombre. L'aspect philosophique des fondements des mathématiques en est un exemple. Il est vrai que M. Bourbaki fait remarquer au commencement qu'il se borne "à ne retracer l'évolution de la Logique que dans la mesure où elle a réagi sur celle de la Mathématique."[1] Il est aussi vrai qu'il est toujours nécessaire de négliger des choses de peu d'importance afin d'avoir une vue d'ensemble de l'histoire. Mais il est hors de doute que les aspects les plus chaotiques, aspects loins de son point de vue, ne sont pas toujours mis en relief. Bien entendu, cela ne signifie de ma part ni accusation, ni admiration pour le travail de M. Bourbaki. C'est simplement un fait notable dont je tiens à faire mention. Je veux dire que cela est une caractéristique générale — soit point fort, soit point faible suivant les situations — de cette histoire.

Jusqu'ici je me suis exprimé comme si la conception générale bourbakiste était fixée d'avance, et j'en ai tiré quelques conclusions. Mais, bien entendu, ce n'est pas toujours la bonne manière de voir, surtout dans le cas de M. Bourbaki. Plus important est de saisir sa conception générale peut-être par la voie de l'examen inverse, c'est-à-dire de la dessiner en étudiant les données concrètes. Une étude exhaustive mise à part, ne pourra-t-on pas dire que des caractéristiques de la conception bourbakiste, même si elles n'ont pas encore été soulignées, se réfléchissent dans les trois thèmes de comparaison cités plus haut, B-1, -2 et -3? Il me semble que oui; et parce que j'aperçois dans ces thèmes une trace d'empirisme mathématique, empirisme au sens où les mathématiques sont fondées sur leur cohérence avec des faits empiriques, je crois bon de classer la conception bourbakiste de *la* mathématique, qu'on l'appelle souvent *structuralisme*, dans la catégorie du *formalisme-empiriste*. Je ferai quelques remarques concernant cet aspect empiriste de M. Bourbaki, dans le paragraphe suivant. Pour le moment, afin de renforcer mon opinion, je vais citer lignes suivantes de l'article de M. Bourbaki, *Architecture de mathématique*:[2]

> "Quant aux objections des philosophes, elles portent surtout sur un terrain où nous aurions garde, faute de compétence, de nous aventurer sérieusement; le grand problème des rapports du monde expérimetal et du monde mathématique. Qu'il y ait une connexion étroite entre les phénomènes expérimentaux et les structures mathématiques, c'est ce que semblent bien confirmer de la façon la plus inattendue les découvertes récentes de la physique contemporaine; mais nous en ignorons totalement les raisons pro-

[1] *Eléments d'histoire des mathématiques*, 3e éd., p. 9.

[2] F. le Lionnais (éd.), *Les grands courants de la pensée mathématique*, 2 éd., 1962, Blanchard; p. 46.

fondes (si tant est qu'on puisse donner un sens à ces termes), et nous les ignorerons peut-être toujours. Il est en tout cas une constatation qui pourrait, sur ce point, inciter à l'avenir les philosophes à plus de prudence:·····
Si bien qu'en fin de compte, cette intime fusion dont on nous faisait admirer l'harmonieuse nécessité, n'apparaît plus que comme un contact fortuit de deux disciplines dont les liens sont beaucoup plus cachés qu'on ne pouvait le supposer *a priori*."

Afin d'éviter un malentendu possible, il faut ajouter que ce n'est absolument pas dans le but de juger négativement les idées ou la méthode historiographiques de M. Bourbaki, que j'ai parlé de sa tendance de mettre l'accent sur les aspects de l'histoire qui sont en harmonie avec sa conception des choses. Je veux dire plutôt que c'est une tendance générale qui se trouve dans tous les historiens. Pour moi, et à la condition qu'elle soit fondée sur une documentation solide, plus clairement une vision de l'histoire présente son idée originale, plus elle mérite d'être étudiée, même si c'est sous un angle critique. Sur le plan de la documentation, la construction de l'histoire de M. Bourbaki est aussi solide que celle de M. Szabó.

Je voudrais dire à ce propos deux mots de la *Bibliographie* des *Eléments d'histoire* de M. Bourbaki. On peut y voir, en effet, la même tendance que nous avons déjà observée. Il est hors de doute que cette *Bibliographie* est aussi substantielle qu'authentique; un coup d'oeil suffira pour en juger. Comme documents originaux, les travaux d'Archimède (5 a, b, c), de Diophante (91 a, b), d'Euclide (107), de Ptolème (255) et *Die Fragmente der Vorsokratiker* de H. Diels y sont cités; les travaux d'Aristote (6), ceux d'Appolonius (153 b) et *La république* de Platon (250) sont cités dans leur traduction moderne. Parmi les recherches modernes sur l'histoire des mathématiques anciennes, celles de O. Becker (17 a, b), de J. M. Bochenski (23), de G. Eneström (103), de H. Hasse et H. Scholz (151), de T. Heath (153 a-f), de O. Neugebauer (232), de O. Toeplitz (309 b, c), de B. L. van der Waerden (317 c, d), de H. Vogt (321) et de K. von Fritz (323) sont citées. Cependant, d'un autre côté, même si on ne peut dire que M. Bourbaki ne se référait ni à d'autres documents, ni à d'autres articles, je crois qu'il faut faire quelques remarques sur son choix. On peut citer, comme exemple représentatif, *Collection mathématique* de Pappus, d'une part, et les recherches de P. Tannery, de l'autre part. Il est aussi intéressant de savoir que la deuxième partie de *Die Arithmetik der Pythagorer* de M. van der Waerden n'est pas citée. Cela est vraiment intéressant, parce que cette partie, ainsi qu'un article de M. Szabó où s'en trouve une correction[1], sont tous les deux, semble-t-il, des

[1] Á. Szabó; Die mathematische Begriff dynamis und sog. geometrische Mittel, *Maia* N. S. XV, 1963.

travaux importants concernant la découverte de l'incommensurabilité. Pourquoi M. Bourbaki, ne les a-t-il pas cités ni l'une ni l'autre? et comment pense-t-il à ce sujet? Je ne pousserai pas ces questions plus loin; mais je dois dire qu'elles me rappellent la tendance générale des historiens exposée plus haut. Et je ne puis m'empêcher de penser qu'une simple bibliographie peut dire beaucoup et fournir des clefs pour des recherches ultérieures.

Quoi qu'il en soit, et comme je viens de le dire, c'est à cause de leurs perspicacité et de leur excellente documentation, qu'on apprécie les deux histoires en question. Mais, en même temps, il faut reconnaître que c'est pour la même raison qu'il est extrêmement difficile de concilier leurs deux conceptions. En effet, réexaminer, du point de vue de M. Szabó, les raisonnements bourbakistes, c'est en réexaminer les lignes fondamentales; et finalement, il est possible qu'il faille entrer dans le réexamen de l'idée directrice, sinon de *la* mathématique, de l'historiographie de M. Bourbaki, au moins partiellement. Il va sans dire que cela est un travail énorme, et je ne pense pas qu'il puisse être réalisé. Néanmoins, je ne puis m'empêcher d'espérer, sincèrement et modestement, que nous pourrons entendre les opinions de M. Bourbaki à cet égard, opinions qui devraient été exprimées après des examens faits à plusieurs reprises et sous les angles que j'ai suggérés ici.

§ 2. Quelques remarques sur le chapitre, *Fondements des mathématiques*; ···, (2) — concernant l'idée mathématique des empiristes français

Notre deuxième thème est l'examen de l'exposé bourbakiste sur l'idée mathématique des empiristes français. Je vais le faire à partir du même point de vue que celui adopté au paragraphe précédent. Cependant, comme j'ai déjà publié un certain nombre d'articles à ce sujet[1], je ne ferai ici qu'un sommaire.

On appelle souvent les mathématicians français, Emile Borel, René Baire et Henri Lebesgue, les empiristes français. C'est que leur conception des mathématiques, quand on la compare avec la conception idéaliste des mathématiques, dont l'extrême se trouve dans l'idée mathématique de Cantor, montre une tendance empiriste. Comme les mathématiques sont dans leur essence la science la plus idéaliste, il va sans dire que le mot *empiriste* est utilisé dans un sens limité.

[1] Citons, notamment, T. Murata; On the meaning of "virtualité" in the history of the set thory, *Japanese Studies in the History of Science*, N° 5, 1966;
——; A few remarks on the atomistic way of thinking in mathematics, *ibid.* N° 6, 1967;
——; Sur l'évolution de l'idée d'"effectif" dans l'histoire de la théorie des ensembles, *Revue d'Histoire des Sciences*, 1974.

En dépit de ce nom commun, il y avait des nuances entre leurs conceptions. La position de Lebesgue est la plus délicate et la plus difficile à définir. En effet, même si, au commencement, ses activitiés avaient présenté une tendance digne d'être appelée empiriste, elles ont incliné plus tard, et en particulier après la controverse sur l'axiome de Zermelo en 1905, vers la tendance idéaliste, comme Lebesgue l'a déclaré ouvertement à certaines occasions[1]. Quoi qu'il en soit, il n'y a pas de grande difficulté à le compter parmi les empiristes.

Aujourd'hui, l'atmosphère du monde mathématique est dominée par la conception idéaliste, en tous cas plus qu'autrefois; et cela, peut-être sous la grande influence de D. Hilbert et des plusieurs autres, puis de M. Bourbaki lui-même. Mais la situation était assez différente vers le début de ce siècle. A cette époque, en tant que jeunes mathématiciens, et contrairement au monde savant qui était peu favorable à la théorie cantorienne des ensembles, les empiristes adoptaient certaines parties de cette même théorie qu'ils jugeaient comme raisonnables et utilisables; ils les appliquaient avec profit à leurs propres recherches. Cependant, d'un autre côté, ils n'hésitaient pas à faire opposition à l'intégralité de la théorie des ensembles, parce que cette théorie était, sinon fantastique, au moins trop abstraite et trop idéaliste pour pouvoir l'apprendre de leur manière empiriste, en lui donnant un sens concret et clair.

C'est à partir des années 1920 que le monde mathématique a adopté, comme idée directrice, l'idée cantorienne, ou plutôt l'idée de Dedekind qui sera une source de l'idée bourbakiste. Maintenant, et malgré les acquisitions éminentes des empiristes dans les théories de mesure, d'intégrale, de probabilité, etc., on ne peut pas nier que leur idée mathématique, noeud de leurs activités, soit déjà presque oubliée.

C'est ainsi qu'il y a peu de livres ou d'articles d'histoire des mathématiques, où soient bien exposées leurs activités dans leur ensemble, leur conception générale des mathématiques inclue. Pour autant que je sache, l'histoire de M. Bourbaki est la première et la seule qui nous en fournisse une perspective claire, en y ajoutant un aperçu historique de la célèbre controverse de l'axiome de Zermelo.

Pourtant, il y a là, même dans cette histoire de M. Bourbaki, un point qui ne me satisfait pas. C'est un point semblable à ce que j'ai fait remarquer dans le paragraphe précédant concernant la tendance générale des historiens à fixer leurs regards sur les choses en harmonie avec leur conception générale; on peut dire aussi, ce qui revient au même, qu'un historien a tendance à laisser passer inaperçues les choses éloignées de sa conception générale — on ne voit que ce qu'on veut voir!

---

[1] Cf. par exemple, W. Sierpinski, *Leçons sur les nombres transfinis*, 1928, Gauthier-Villards, p. 107.

Dans le cas de M. Bourbaki, il me semble qu'il n'a pas assez remarqué certains aspects de l'idée des empiristes français, qui sont très éloignés du caractère formaliste de la conception bourbakiste.[1)]

Ceci peut apparaître contradictoire avec le fait qu'il y a dans la conception de *la* mathématique de M. Bourbaki un élément philosophique qui est digne d'être qualifié de *formalisme-empiriste*. Mais ce n'est pas une contradiction, parce que le caractère empiriste de cet élément, dans ses conséquences mathématiques, n'a guère de points communs avec des idées généralement admises par les empiristes français. En tout cas, c'est une situation compliquée, et si l'on voulait la saisir en totalité, il faudrait faire des recherches sur la tradition des mathématiques en France aux 18^{e} et 19^{e} siècles. Pour le moment, cependant, je me contenterai de faire remarquer qu'il y a quelques traces du fait que l'on regardait les mathématiques, au 18^{e} siècle, comme si elles étaient une sorte de science expérimentale, et que c'est surtout en France que cette tendance était la plus nette. Même dans la dernière moitié du 19^{e} siècle, on peut apercevoir la même tendance des mathématiques en France, soit dans la table des matières de chaque revue de mathématiques, soit dans le tableau des Thèses de doctorat[2)].

Dans le paragraphe précédent j'ai appelé *empirisme mathématique* (au sens large) la tendance selon laquelle les mathématiques sont fondées sur leurs liens, leur cohérence, avec des faits empiriques. Maintenant je voudrais montrer par une étude préparatoire mais concrète, que cette tendance, y incluse l'idée directrice des empiristes français, a son origine dans la tradition des mathématiques en France. On dit souvent, d'ailleurs, que l'esprit français lui-même, comparé avec l'esprit allemand, montre une tendance plus empiriste que ce dernier.[3)] Je ne sais si la tendance empiriste des mathématiques en France, dont je crois à l'existence, vient ou non de cette tendance générale. Mais je crois qu'elle est vivante même aujoud'hui dans le secret des coeurs des mathématiciens français, même si aucun d'eux n'en est conscient, et même si leurs acquisitions mathématiques ne la réfléchissent pas en apparence.

Maintenant on verra facilement pourquoi, d'une part, j'ai qualifié le nom *formalisme* avec l'adjectif *empiriste* pour exprimer l'idée

[1)] On pourra apercevoir une pareille tendance dans l'exposé bourbakiste, de la théorie cantorienne des ensembles; il me semble que l'aspect métaphysique de l'idée de Cantor y est négligé intentionnellement. C'est cet aspect de l'idée cantorienne que j'ai essayé d'éclairer, comme un des sujets principaux, dans ma Thèse du 3^{e} cycle, *L'évolution des principes philosophico-mathématiques de la théorie des ensembles chez G. Cantor et leur diffusion en France jusqu'en* 1905, (1974, non pas encore publiée).

[2)] *Bull. de la Soc. Math. de France*, 2^{e} série, t. 26, 1902, pp. 201-216 et pp. 272-280.

[3)] Citons, par exemple, Emile Boutroux, *Etude d'Histoire de la philosophie allemande*, 1926.

primordiale de M. Bourbaki, et de l'autre part, pourquoi j'ai distingué entre cette idée et l'idée des empiristes français. En effet, ces deux idées ont la même tendance à chercher les fondements des mathématiques dans les liens entre les mathématiques et les faits empiriques. Pour M. Bourbaki, et quoi qu'il n'aime pas parler de philosophie, c'est, semble-t-il, l'ubiquité, l'universalité ou l'indispensabilité de *la* mathématique, qui fournit la base philosophique de *la* mathématique; et l'ubiquité *et al.* à leur tour sont appuyées sans doute sur la croyance en l'unité de notre univers[1], croyance qui est fondée sur la longue expérience de l'humanité. D'autre part, pour les empiristes français, l'ubiquité *et al.* sont reliées très immédiatement avec le monde réel, au moyen, par exemple, de l'analyse mathématique. Néanmoins, tandis que la pensée mathématique des empiristes français était influencée profondément par la tradition classique des mathématiques françaises et trouvait les champs de ses activités principalement dans l'analyse classique, celle de M. Bourbaki est influencée directement par le formalisme de Hilbert et a tendance à mettre l'accent sur des *analogies formelles* entre les êtres mathématiques, les *structures* mathématiques: ce qui peut justifier le nom, le *formalisme-empiriste*.

En ce qui concerne le contraste entre l'ontologie des mathématiques de Cantor-Dedekind, ou bien de M. Bourbaki, et celle des empiristes français, je voudrais offrir une opinion personnelle comme hypothèse de travail. Selon moi, l'ontologie de Cantor-Dedekind peut être définie comme un *monisme mathématique*. Cela veut dire que, sous cette ontologie, il peut y avoir le dessin d'établir les mathématiques sur un seul concept d'ensemble structuré. Au contraire, l'ontologie des empiristes français était nuancée, comme on peut le voir facilement en consultant leurs travaux, par une sorte de *dualisme*, dualisme qui consiste à admettre, comme êtres fondamentaux, les deux concepts des nombres naturels et du continu. Au début de leurs activités, Borel, et surtout Baire, ont déclaré plusieurs fois que ces deux êtres fondamentux étaient irréductibles l'un à l'autre[2]. Leurs idées, quoi qu'elles

---

[1] Cf. le texte de M. Bourbaki, cité plus haut, de l' *Architecture de mathématique*, En outre, la croyance de ce genre se trouve, semble-t-il, souvent parmi des idées des grands mathématiciens contemporains; cf., par exemple, P. J. Cohen, *Set theory and the continuum hypothesis*, 1966, p. 107.

[2] La plus remarquable est la phrase suivante de Baire, qui est citée dans un article de Borel, *Quelques remarques sur les principes de la théorie des ensembles* (*Math. Ann.* Bd., 60, 1905): "Personnellement, je doute qu'une commune mesure puisse jamais se trouver entre le continu···· et les ensembles bien ordonnés; il y a là, pour moi, deux choses, dont chacune n'est définie que virtuellement, et il y a des chances pour que ces deux *virtualités* soient irréductibles."

Cf., en outre, *Cinq lettres sur la théorie des ensembles* (*Bull. Soc. Math. de France*, t. 33, 1905), qui sont recueillies dans les *Leçons sur la théorie des fonctions* (2e éd., 1914; 3e éd., 1928; 4e éd., 1950) de Borel.

aient été nuancées et aient été aussi plus ou moins chaotiques, sont complètement à l'opposé de l'idée d'ensemble de Cantor[1], et finalement à celle de M. Bourbaki. C'est la raison pour laquelle j'ai fait remarquer qu'il est possible que certains aspects de l'idée des empiristes aient échappé aux regards de M. Bourbaki. Les choses chaotiques sont toujours éloignées de ses champs d'observation.

D'autre part, quand les empiristes français ont eu l'intenton d'exprimer leur opinion sous une forme bien systématisée, et qu'ils ont réellement tenté de le faire, leur premier travail aurait dû être de construire une théorie concrète sur leur dualisme. Mais c'était là la pierre d'achoppement pour eux. Cela était, ou plutôt est toujours, le problème le plus difficile des mathématiques, le problème primordial et éternel, celui de la synthèse (*Aufheben*) du continu et du discontinu mathématiques.

En tant qu'historien, le fait qui m'intéresse est qu'ils aient fait une telle tentative; l'important est d'en éclairer l'histoire d'une lumière nouvelle, et, si possible, d'en tirer des conséquences considérables, quelles qu'elles soient, pour les mathématiques contemporaines.

Néanmoins, cette fois, je n'ai guère d'espoir que M. Bourbaki prendra la peine de tenter cela; cela restera sans doute un problème pour moi-même. Moi aussi, je doute fort des possibilités de rétablir l'idée des empiristes, telle qu'elle était autrefois. Mais, d'un autre côté, je ne puis être d'un optimisme tel que je puisse considérer l'état actuel comme étant le définitif et le meilleur. Bien que je sache non seulement l'utilité mais aussi la nécessité, dans les mathématiques contemporaines, de l'ontologie monique de *la* mathématique — dit *structuralisme*, si l'on veut —, et que je sache que le dualisme lui-même est un élément qui doit toujours être surmonté dans le royaume des mathématiques et être mis en exil, j'ose dire que personne ne sait vraiment si le dualisme des empiristes ne jouera aucun rôle directeur dans les mathématiques à l'avenir. Mais là, ce n'est pas une question d'histoire, mais une question qui dépend de nos efforts.

---

[1] "Die *Mannigfaltigkeitslehre* in der ihr hier zuteil gewordenen Auffassung, umspannt, wenn wir das mathematische allein ins Auge und die übrigen Begriffssphären vorläufig unberücksichtigt lassen, die Gebiete der Arithmetik, der Funktionenlehre und der Geometrie; sie faßt sie auf Grund des Mächtigkeitsbegriff zu einer höheren Einheit zusammen, *Unstetiges* und *Stetiges* findet sich solcherweise von demselben Gesichtspunkte aus betrachtet und mit gemeinschaftlichen Maße gemessen." (1882), (G. Cantor, *Gesammelte Abhandlungen*, 1932; 2e éd. 1966, p. 152.)

Il est intéressant de comparer cette phrase avec eclle de Baire citée à la note dernière ce qui est fait dans une certaine mesure dans mon article, cité à la p. 178, *On the meaning of "virtualité"*···(1966), ainsi que dans la 2e partie de mon article, cité à la p. 180, *L'évolution des principes*··· (1974).

§ 3. Quelques remarques sur le chapitre, *Calcul infinitésimal*

Par contraste avec les deux paragraphes précédents, je n'ai pas grande chose de critique à dire sur le chapitre, *Calcul infinitésimal.* La tendance générale des historiens dont j'ai fait mention se retrouve aussi dans ce chapitre; mais, cette fois, elle exerce, me semble-t-il, un bon effet sur l'historiographie en question.

Ce chapitre se divise en trois parties: une partie introductive, une partie *d'analyse thématique*, et une conclusion. La partie principale est la deuxième, qui consiste en les 7 thèmes suivants: (A) *le thème de la rigueur mathématique, contrastant avec celui des infiniment petits, indivisibles ou différentielles*; (B) *la cinématique*; (C) *la géométrie algébrique*; (D) *la classification des problèmes*; (E) *l'interpolation et le calcul des différences*; (F) *l'algébrisation*; (G) *la notion de fonction.* Notre étude sera faite, cette fois aussi, sur la conception générale de cette historiographie, et du même point de vue que celui adopté aux paragraphes précédents.

Tout d'abord, il faut faire remarquer que le berceau du calcul infinitésimal est un chaos. Afin d'en composer une vision organisée de l'histoire, on doit parcourir un grand nombre de documents des domaines variés, essentiels ou triviaux, les évaluer et en choisir quelques uns; ensuite, on doit analyser ces derniers, les arranger, et enfin les interpréter selon la conception générale, qui se développe à son tour au cours des études. Il est vrai que toute préhistoire, avant qu'on ne lui donne une forme orgaisée, est un chaos; il est vrai que la série de travaux dont je viens de faire mention est toujours indispensable pour organiser ce chaos. Mais dans le cas du calcul infinitésimal, la situation est, me semble-t-il, beaucoup plus compliquée que, par exemple, dans le cas de l'algèbre où la théorie elle-même est tant soit peu systématique; la compléxité est doublée dans le cas du calcul infinitésimal, à cause de celle du sujet lui-même. Comme M. Bourbaki l'a dit, "c'est bien au déroulement graduel et inévitable d'une symphonie, où le "*Zeitgeist*", à la fois compositeur et chef d'orchestre, tiendrait le bâton, que fait songer le développement du calcul infinitésimal au XVII^{e} siècle."[1]

En face de cette situation, M. Bourbaki adopte la méthode d'analyse thématique. Il m'apparaît que cette méthode est la plus puissante, sinon la seule, pour organiser la situation chaotique de l'histoire; vraiment, c'est la manière dont il l'a exploitée, qui m'a impressionné si profondément, quand il m'a semblé pour la première fois saisir l'esprit de ce travail. Il y ajoute que "nous nous contenterons ici une esquisse

[1] *Eléments d'histoire des mathématiques*, 3^{e} éd., p. 215.

sommaire, et qui ne saurait prétendre à une exactitude minutieuse;" mais, en réalité, c'est le travail le plus profond et le plus exact que nous avons jamais vu.

Il y a une raison à ce que je dis: je regarde ce travail de M. Bourbaki comme s'il était la première histoire du calcul infinitésimal. C'est que cela est écrit selon une nouvelle idée directrice, fondée sur une conception nouvelle de *la* mathématique, le *structuralisme* ou le *formalisme-empiriste*. Et en dépit des remarques plus ou moins critiques que j'ai faites dans les paragraphes précedents, cela est aussi une raison pour laquelle j'estime que les travaux cités de M. Bourbaki sont de premier plan.

Il y a aussi un autre aspect à ma pensée et il ne sera probablement pas accepté par M. Bourbaki. Pour le moment, ce n'est qu'un présentiment; au plus, c'est une conjecture ou une question: est-ce que le concept de mathématiques est invariable dans son fond? et, est-ce qu'il ne peut pas varier, soit avec le courant du temps, soit avec des traditions culturelles différentes? Bien sûr, cela n'est pas une question d'étymologie, ni une question de curiosité, non plus. Et il est vrai que cette variation est peut être une question de degré, parce que le concept de mathématiques a plus ou moins évolué depuis les grecs et jusqu'à maintenant; mais la question, je crois, est encore différente. Véritablement, il s'agit de savoir s'il existe un seul et unique noyau qui nous permettrait de réunir toutes les mathématiques possibles, anciennes ou modernes, occidentales ou orientales, un noyau qui pourrait fournir une base constante à l'historiographie. A ce propos, je peux indiquer au moins deux occasions, où tout cela me pose un problème sérieux. La première est l'examen du concept même d'*histoire des mathématiques*: les recherches sur l'histoire des mathématiques ont commencé, à peu près, au 19^e siècle[1]; alors, n'est-il pas possible que le concept actuel d'historie des mathématiques ne soit que le concept qui a été formé pendant le 19^e siècle, et a donc été fondé sur un concept particulier, celui du 19^e siècle, des mathématiques? La deuxième occasion se trouve quand je veux comparer, par exemple, les mathématiques classiques au Japan, *Wasan*, avec les mathématiques occidentales à la même époque: on ne peut comparer que tels ou tels éléments communs à ces deux mathématiques et qui, étant détachée de leurs bases — tradition culturelle, par exemple —, sont jugés comme éléments 'mathématiques', selon un concept particulier de mathématiques, concept moderne, concept ancien, ou autres; est-ce que ce qu'on appelle mathématiques n'est qu'un complexe de ces éléments communs? ou bien, est-ce qu'il y a un noyau qui peut les unifier, et en plus, unifier des éléments inconnus

[1] Le travail de J. E. Montucla, *Histoire des mathématiques* (éd. originale, 1758, pub. 1799-1802; rééd. 1960 et 1968), est l'exception la plus remarquable.

qui pourront être adoptés dans les mathématiques à l'avenir?

Comme on l'a déjà deviné, tous ces problèmes sont de la même nature que ce qui est impliqué dans le problème des éléments des idées des empiristes français, négligés par M. Bourbaki. Ils impliquent, en outre, un autre problème: *la* mathématique ou *les* mathématiques? Je n'ai pas l'intention de continuer ce sujet comme tel. Les opinions personnelles de ce genre doivent s'exprimer dans des réalisations concrètes. C'est seulement dans le but d'indiquer une des raisons de mes recherches que j'ose en faire mention ici.

Revenons à notre sujet, et passons à l'examen des thèmes cités plus haut. On y verra tout de suite certains points remarquables, dont les deux suivant: le premier est le manque d'observations sur les liens extra-mathématiques, soit avec la philosophie, soit avec la physique; et le deuxième est l'adoption des thèmes de *classification* et d'*algébrisation*.

Le premier point n'est pas difficile à noter; et certains regardent ce manque comme un point faible de ce travail. Mais je ne suis pas d'accord, parce que c'est intentionnellement, me semblet-t-il, que M. Bourbaki n'en a pas fait mention. Effectivement, si on veut compléter ce manque, il faudra se plonger à nouveau dans des recherches énormes et consacrées particulièrement à ce sujet. Il me semble plutôt que c'est la décision de M. Bourbaki d'abandonner de telles observations, qui a mené ce travail à un grand succès. S'il avait tenu compte de trop de choses obscures, il n'aurait pas pu les organiser tellement clairement.

Si pourtant je soupçonne M. Bourbaki d'avoir évité, par cela, d'essayer d'arranger les situation chaotiques de l'histoire, est-ce que c'est le résultat d'un excès de mon imagination? Ce ne serait cependant pas une critique de son travail. Je dis seulement qu'on pourrait adopter ce point, aussi, comme exemple de l'influence de l'idée directrice sur l'historiographie.

Il me paraît bon de citer là une remarque suggestive faite par le Prof. Salomon Bochner. Dans son livre, *Role of mathematics in the rise of science*[1], il fait remarquer que c'est comme si on demandait aux historiens des sciences de construire une autre méchanique rationnelle que la méchanique actuelle, que d'eux demander d'éclairer distinctement la situation chaotique du calcul infinitésimal à son origine. C'est une surcharge de travail pour eux, ajoute-t-il, parce que le système actuel de méchanique n'est pas le descendant direct de celui de Newton, mais de celui qui avait été établi grâce aux efforts ardus des mathématiciens, des physiciens et des philosophes au 18ᵉ siècle. Pour ma part, je

[1] Princeton Univ. Press, 1966. Cf. notamment, son chap. 2, § 10 et son chap. 5, § 3.

suis autant impressionné par cette remarque que par la décision de M. Bourbaki citée plus haut, ce qui n'empêche pas de croire à la nécessité de construire une autre vision de l'histoire que celle de M. Bourbaki, et à la possibilité de le faire.

Le deuxième point, adoption des thèmes de *classification* et d'*algébrisation*, est aussi remarquable. J'apprécie beaucoup le rôle important de la conception bourbakiste de *la* mathématique dans cette historiographie. Généralement parlant, il y a peu de travaux de l'histoire du calcul infinitésimal où soient adoptés ces deux thèmes. Le fait que M. Bourbaki les ait mis au point nous montre, je crois, la profondeur de sa connaissance de *la* mathématique, ainsi que de l'histoire du calcul infinitésimal; M. Bourbaki n'aurait pas eu cette vision des choses s'il n'avait pas mis l'accent sur les éléments structurels des choses. J'avoue que j'ai été ému par l'excellence de son travail, quand j'ai compris la situation comme telle.

Bien entendu, il y a encore beaucoup de points remarquables. Mais je vais simplement exposer ma conclusion.

Il est bien évident que beaucoup de choses historiques restées obscures jusque-là sont largement éclairées dans ce travail de M. Bourbaki. Tout le paragraphe consacré au thème (D), *la classification*, en est un exemple typique; le paragraphe consacré au thème (F), *l'interpolation et la calcul des différences*, en est un aussi. Parmi les autres examples, on peut citer la remarque concernant 'l'auteur et la date du théorème $\log x = \int \frac{dx}{x}$'[1]. Il est remarquable que des situations chaotiques y soient si bien organisées, et c'est sans doute grâce à la conception originale de M. Bourbaki. Si j'estime que ce chapitre, *Calcul infinitésimal*, est le meilleur de ses *Eléments d'histoire*, c'est, avant tout, en raison de cette habileté montrée à surmonter ces chaos historiques.

D'autre part, à parler franc, il y a encore des points qui ne me satisfait pas toujours. Le traitement du thème, *cinématique*, en est un exemple. En effet, bien que les aspects plus ou moins structurels de choses obscures y soient éclairés, les aspects extra-mathématiques et éloignés de ces premiers sont, semble-t-il, souvent laissés dans l'ombre; par exemple, le processus dans lequel le temps était mathématisé n'est mentionné que brièvement; les liens des mathématiques avec la physique ou la philosophie n'y sont pas suffisamment analyses. Cependant, il ne me semble pas que ce soit réellement des points faibles de ce travail extraordinaire, mais bien plutôt un autre aspect de ses points forts.

××××××××××××××××××××××××

[1] *Eléments d'histoire des mathématiques*, 3e éd., pp. 213-214.

Telles sont les grandes lignes de ce que j'ai présenté pour les lecteurs japonais dans la *Note du traducteur,* ajoutée à l'édition japonaise des *Eléments d'histoire des mathématiques* de M. Bourbaki. Comme ma conclusion a déjà été présentée à chaque paragraphe, au lieu de cela, je vais montrer ici une des raisons de mes recherches sur l'histoire des mathématiques occidentales.

En un mot, je voudrais mieux saisir l'esprit occidental à travers ces recherches. Comme on le sait sans doute, avant la réstauration de 1867, il y avait au Japon un grand héritage culturel, qui est apprécié à nouveau même en Occident. On sait aussi qu'il y avait là une tradition mathématique spéciale, *Wasan,* dont le niveau était exceptionnellement haut, mis à part celui des mathématiques occidentales. Pourtant, ces mathématiques japonaises n'avaient guère de liens ni avec les téchniques japonaises, ni avec les philosophies japonaises. C'est peut-être une caractéristique négative de la culture traditionnelle du Japon. Mais le cas du Japon n'est pas exceptionnel; c'est plutôt la tradition des mathématiques ou de la culture occidentales, où les mathématiques jouaient souvent un rôle primordial, qui est exceptionnelle merveilleusement. Il faudrait sûrement chercher à savoir pourquoi et comment.

C'est ainsi que, pour moi, l'histoire des mathématiques occidentales, notamment celle de la pensée mathématique, n'est pas seulement l'histoire d'une discipline, mais aussi l'histoire d'un élément primordial de la pensée occidentale, ou plutôt de celle de l'esprit humain. Et cela pourra éclairer sans doute jusqu'à un certain point, pourquoi j'ai été entrainé, parfois au cours de ce travail, dans des raisonnements nuancés à résonance philosophique.